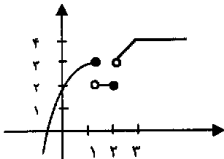


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۴	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{ x-2 }{3} \leq \frac{1}{2} \right\}$ و $B = [0, 3)$ باشد حاصل $A \cap B$ را به صورت بازه بنویسید.	۰/۷۵
۲	اگر $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ باشد $f\left(\frac{-4}{x}\right)$ را به دست آورید و درستی تساوی $f(x) \times f\left(\frac{-4}{x}\right) = -1$ را بررسی نمایید. ($x \neq \pm 2, 0$)	۱
۳	ضابطه‌ی تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} ax-3, & x < 0 \\ 2bx^2+5, & x \geq 0 \end{cases}$ می باشد مقادیر a و b را طوری بیابید که $f(-2) = 3$ و نمودار تابع از نقطه‌ی $A(2, -3)$ بگذرد.	۱
۴	توابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ داده شده است. الف) ضابطه‌ی تابع $g \circ f$ را تعیین کنید. ب) دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف آن به دست آورید.	۱/۲۵
۵	با توجه به نمودار تابع f حاصل عبارت زیر را به دست آورید.  $3 \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + 2f(3)$	۱
۶	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - \sqrt{x^2 + 4x}}{1 - x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2}$ د) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{ x-2 }$	۴/۲۵
۷	اگر به ازای هر x داشته باشیم $4 + x^3 \leq 2f(x) \leq (x-2)^2$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + 3)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: علوم تجربی	ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۴		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹	

ردیف	سوالات	نمره
۸	مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که تابع f با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} [2x] + b & , x < 3 \\ 3 - ax & , x = 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x - 3} & , x > 3 \end{cases}$ در نقطه ی $x_0 = 3$ پیوسته باشد.	۱/۵
۹	فاصله ی پیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{\frac{6}{x^2 - 4x + 3}}$ را تعیین کنید.	۱
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = (1 - 4x^2)\sqrt{1 + 2x + x^2}$ ب) $g(x) = \frac{-x^2 + x}{\frac{x}{3} + 2}$ ج) $h(x) = \sin^2 2x + 5 \cot x$	۲/۲۵
۱۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{x}{x-1}$ را در نقطه ی $x = 2$ به دست آورید.	۰/۷۵
۱۲	معادله ی خط مماس بر منحنی تابع $y = \sin x + \cos 2x$ را در نقطه ای به طول π واقع بر منحنی بنویسید.	۱
۱۳	تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 5x + c$ مفروض است. مقادیر a و b و c را چنان بیابید که $M(-1, 2)$ نقطه ی عطف تابع بوده و تابع محور عرض ها را در نقطه ی ۱ قطع کند.	۱/۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = -x^3 + 3x - 2$ را رسم کنید.	۱/۵
	جمع نمره	۲۰
	«موفق باشید»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۴
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$ x-2 \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{-3}{2} \leq x-2 \leq \frac{3}{2} \quad (./25) \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2} \quad (./25)$ $A \cap B = [\frac{1}{2}, 3) \quad (./25)$	۰/۲۵
۲	$f(\frac{-4}{x}) = \frac{\frac{-4}{x} - 2}{\frac{-4}{x} + 2} = \frac{-4 - 2x}{-4 + 2x} = \frac{2+x}{2-x} \Rightarrow f(x) \times f(\frac{-4}{x}) = \frac{x-2}{x+2} \times \frac{2+x}{2-x} = -1 \quad (./25)$	۱
۳	$f(-2) = 3 \Rightarrow -2a - 3 = 3 \quad (./25) \Rightarrow a = -3 \quad (./25)$ $A(2, -3) \Rightarrow ab + 5 = -3 \quad (./25) \Rightarrow b = -1 \quad (./25)$	۱
۴	<p>الف) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{1}{(\sqrt{x-4})^2 - 1} \quad (./25)$</p> <p>ب) $D_f = [4, +\infty) \quad (./25)$, $D_g = \mathbb{R} - \{\pm 1\} \quad (./25)$</p> <p>$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = [4, +\infty) - \{5\} \quad (./25)$</p>	۱/۲۵
۵	$\forall \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + 2f(3) = 3(3) - 3 + 2(4) = 14 \quad (./25)$	۱
۶	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} =$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(x+\sqrt{x})} = \frac{2}{2} = 1 \quad (./25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - \sqrt{x^2 + 4x}}{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x) = -\infty \quad (./25)$</p>	۴/۲۵
	(ادامه در صفحه ی دوم)	

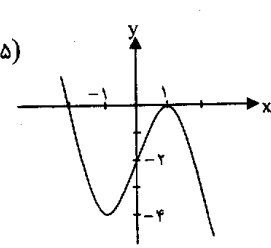
باسمه تعالی

رشته‌ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۳ / ۴	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{x^2 \cos x} =$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \times 2 \sin \frac{x}{2}}{x^2 \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} = 1 \times 2 \times 1 = 2$ <p>(./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵)</p> $\text{د) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{ x-2 } = \frac{\Delta}{0^+} = +\infty \quad (./۲۵)$	
۱/۲۵	$\left. \begin{aligned} \frac{(x-2)^2}{2} \leq f(x) \leq \frac{4+x^2}{2} \quad (./۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)^2}{2} = 2 \quad (./۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4+x^2}{2} = 2 \quad (./۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (f(x)+3) = 5$ <p>(./۲۵) (./۲۵) (./۲۵)</p>	۷
۱/۵	$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) \quad (./۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = 6 \quad (./۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = [3(3^-)] + b = 9 + b \quad (./۲۵) \\ f(3) = 3 - 3a \quad (./۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -1, \quad b = 1$ <p>(./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵)</p>	۸
۱	$\frac{6}{x^2 - 4x + 3} > 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 > 0 \Rightarrow \text{فاصله‌ی پیوستگی} = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ <p>(./۲۵) (./۲۵) (./۵)</p>	۹
ادامه در صفحه ی سوم)		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۴
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																		
۱۰	<p>الف) $f'(x) = (-12x^2)\sqrt{1+2x+x^2} + \frac{2+2x}{2\sqrt{1+2x+x^2}}(1-4x^3)$ (۰/۵)</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{(-2x+1)(\frac{x}{3}+2) - (\frac{1}{3})(-x^2+x)}{(\frac{x}{3}+2)^2}$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) $h'(x) = 6\cos 2x \sin^2 2x - 5(1 + \cot^2 x)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۲/۲۵																		
۱۱	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{x}{x-2} - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-x)}{(x-2)(x-2)} = -1$ (۰/۲۵)	۰/۲۵																		
۱۲	$x = \pi \Rightarrow y = 1$, $y' = \cos x - 2 \sin 2x \Rightarrow m = -1 \Rightarrow y - 1 = -1(x - \pi)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱																		
۱۳	$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 5$, $f''(x) = 6ax + 2b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow -6a + 2b = 0$ (۰/۲۵) $(0, 1) \in \text{تابع} \Rightarrow 1 = c$ (۰/۲۵) $(-1, 2) \in \text{تابع} \Rightarrow 2 = -a + b - 5 + c$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 3, b = 9$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵																		
۱۴	$y' = -3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1, & y = 0 \text{ (۰/۲۵)} \\ x = -1, & y = -4 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$ $y'' = -6x = 0 \Rightarrow x = 0, y = -2$ (۰/۲۵)  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> (۰/۵) (۰/۲۵)	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	-	0	+	0	-	y	$+\infty$	-4	-2	0	$-\infty$	۱/۵
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
y'	-	0	+	0	-															
y	$+\infty$	-4	-2	0	$-\infty$															
۲۰	جمع نمره																			

باسلام و خسته نباشید!

مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.